Qu'est-ce que la factorisation ?

Quand on effectue une multiplication contenant du calcul littéral, on obtient une expression développée.

Exemples :	$2*(x + y)$	=	$2x + 2y$	$5*(m - 4)$	= $5m - 20$
	$x*(m - 2)$	=	$mx - 2x$	$g*(g + h)$	= $g^2 + gh$

Quand on revient de l'expression développée à l'expression initiale, on retrouve une multiplication. Comme les termes de la multiplications sont appelés *les facteurs*, l'expression initiale était une expression factorisée. On dit alors qu'on a factorisé l'expression.

A quoi sert la factorisation ?

La factorisation est utile notamment pour :

- la résolution d'équations polynomiales du second degré (et degrés supérieurs),
- la simplification de fractions,
- la simplification du calcul.

Exemples :

A. *Pour résoudre l'équation $x^2 + 2x = 0$, nous factorisons l'expression $x^2 + 2x$.*
$x*(x+2) = 0$
Comme le produit de plusieurs facteurs égale 0, il suffit que l'un de ceux-ci égale 0.
$x = 0$ *ou* $x + 2 = 0$
L'équation $x^2 + 2x = 0$ a donc deux solutions, qui sont -2 et 0.

B. *Pour simplifier la fraction $(x^2 - 2x)/(2x - 4)$, factorisons le numérateur et le dénominateur.*
$[x*(x-2)]/[2*(x-2)]$
Comme (x-2) se retrouve au numérateur et au dénominateur, nous obtenons :
$(x^2 - 2x)/(2x - 4) = x/2$ *(avec x différent de 2)*

Comment factoriser ?

La première manière de factoriser est *la mise en évidence*. Celle-ci consiste à trouver un facteur commun à tous les monômes d'un polynôme. Ce facteur commun est souvent le plus grand diviseur commun à tous les monômes.

Exemples :

C. $5x + 5y$ — *5 est le facteur commun aux deux monômes.*
Il est multiplié respectivement par x et par y.
$5*(x+y)$ — *L'expression est ainsi factorisée.*

D. $ab + ac$ — *a est le facteur commun aux deux monômes.*
Il est multiplié respectivement par b et par c.
$a*(b + c)$ — *L'expression est ainsi factorisée.*

E. $9 - 3a$ — *3 est le PGDC à 9 et 3. Nous mettons donc 3 en évidence.*
Il est multiplié respectivement par 3 et par a.
$3*(3 - a)$ — *L'expression est ainsi factorisée.*

F. $a^3 + 3a^2$ — *a^2 est le PGDC à a^3 et a^2. Nous mettons donc a^2 en évidence.*
Il est multiplié respectivement par a et 3.
$a^2*(a + 3)$ — *L'expression est ainsi factorisée.*

Complète :

G. $6a + 6b$ — ___ *est le facteur commun aux deux monômes.*
Il est multiplié respectivement par ___ *et par* ___.
_____________ *L'expression est ainsi factorisée.*

H. $mn + mp$ — ___ *est le facteur commun aux deux monômes.*
Il est multiplié respectivement par ___ *et par* ___.
_____________ *L'expression est ainsi factorisée.*

I. $12 - 16g$ — ___ *est le PGDC à* ___ *et* ___. *Nous mettons donc* ___ *en évidence.*
Il est multiplié respectivement par ___ *et par* ___.
_____________ *L'expression est ainsi factorisée.*

J. $x^6 - 5x^4$ — ___ *est le PGDC à* ___ *et* ___. *Nous mettons donc* ___ *en évidence.*
Il est multiplié respectivement par ___ *et par* ___.
_____________ *L'expression est ainsi factorisée.*

K. $12ab + 24ac$ — ___ *est le facteur commun aux deux monômes.*
Il est multiplié respectivement par ___ *et par* ___.
_____________ *L'expression est ainsi factorisée.*

L. $25s^3 - 40s^2$ — ___ *est le facteur commun aux deux monômes.*
Il est multiplié respectivement par ___ *et par* ___.
_____________ *L'expression est ainsi factorisée.*

Qu 'est-ce que la factorisation ?

Quand on effectue une multiplication contenant du calcul littéral, on obtient une expression développée.

Exemples : $2*(x + y) = 2x + 2y$ $\quad 5*(m - 4) = 5m - 20$

$x*(m - 2) = mx - 2x$ $\quad g*(g + h) = g^2 + gh$

Quand on revient de l'expression développée à l'expression initiale, on retrouve une multiplication. Comme les termes de la multiplications sont appelés *les facteurs*, l'expression initiale était une expression factorisée. On dit alors qu'on a factorisé l'expression.

A quoi sert la factorisation ?

La factorisation est utile notamment pour :

- la résolution d'équations polynomiales du second degré (et degrés supérieurs),
- la simplification de fractions,
- la simplification du calcul.

Exemples :

A. *Pour résoudre l'équation $x^2 + 2x = 0$, nous factorisons l'expression $x^2 + 2x$.*
$x*(x+2) = 0$
Comme le produit de plusieurs facteurs égale 0, il suffit que l'un de ceux-ci égale 0.
$x = 0$ *ou* $x + 2 = 0$
L'équation $x^2 + 2x = 0$ a donc deux solutions, qui sont -2 et 0.

B. *Pour simplifier la fraction $(x^2 - 2x)/(2x - 4)$, factorisons le numérateur et le dénominateur.*
$[x*(x-2)]/[2*(x-2)]$
Comme $(x-2)$ se retrouve au numérateur et au dénominateur, nous obtenons :
$(x^2 - 2x)/(2x - 4) = x/2$ *(avec x différent de 2)*

Comment factoriser ?

La première manière de factoriser est *la mise en évidence*. Celle-ci consiste à trouver un facteur commun à tous les monômes d'un polynôme. Ce facteur commun est souvent le plus grand diviseur commun à tous les monômes.

Exemples :

C. $5x + 5y$ — *5 est le facteur commun aux deux monômes.*
Il est multiplié respectivement par x et par y.
$5*(x+y)$ — *L'expression est ainsi factorisée.*

D. $ab + ac$ — *a est le facteur commun aux deux monômes.*
Il est multiplié respectivement par b et par c.
$a*(b + c)$ — *L'expression est ainsi factorisée.*

E. $9 - 3a$ — *3 est le PGDC à 9 et 3. Nous mettons donc 3 en évidence.*
Il est multiplié respectivement par 3 et par a.
$3*(3 - a)$ — *L'expression est ainsi factorisée.*

F. $a^3 + 3a^2$ — *a^2 est le PGDC à a^3 et a^2. Nous mettons donc a^2 en évidence.*
Il est multiplié respectivement par a et 3.
$a^2*(a + 3)$ — *L'expression est ainsi factorisée.*

Complète :

G. $6a + 6b$ — *6 est le facteur commun aux deux monômes.*
Il est multiplié respectivement par a et par b.
$6(a + b)$ — *L'expression est ainsi factorisée.*

H. $mn + mp$ — *m est le facteur commun aux deux monômes.*
Il est multiplié respectivement par n et par p.
$m(n + p)$ — *L'expression est ainsi factorisée.*

I. $12 - 16g$ — *4 est le PGDC à 12 et 16g. Nous mettons donc 4 en évidence.*
Il est multiplié respectivement par 3 et par 4g.
$4(3 + 4g)$ — *L'expression est ainsi factorisée.*

J. $x^6 - 5x^4$ — *x^4 est le PGDC à x^6 et $5x^4$. Nous mettons donc x^4 en évidence.*
Il est multiplié respectivement par x^2 et par 5.
$x^4(x^2 - 5)$ — *L'expression est ainsi factorisée.*

K. $12ab + 24ac$ — *12a est le facteur commun aux deux monômes.*
Il est multiplié respectivement par b et par 2c.
$12a(b + 2c)$ — *L'expression est ainsi factorisée.*

L. $25s^3 - 40s^2$ — *$5s^2$ est le facteur commun aux deux monômes.*
Il est multiplié respectivement par 5s et par 8.
$5s^2(5s + 8)$ — *L'expression est ainsi factorisée.*

1. A l'aide de la mise en évidence, factorise les expressions suivantes :

a.	$5x + 5y$	=	____________________
b.	$3x + 8x$	=	____________________
c.	$ab - ac$	=	____________________
d.	$ab - 5b$	=	____________________
e.	$12ab + 16ab$	=	____________________
f.	$4g + 6g$	=	____________________
g.	$9a + 12f$	=	____________________
h.	$mnp + mps$	=	____________________
i.	$t + t$	=	____________________
j.	$t^2 + t$	=	____________________
k.	$t^3 + t$	=	____________________
l.	$t^4 + t$	=	____________________
m.	$t^4 + t^2$	=	____________________
n.	$t^4 + t^3$	=	____________________
o.	$24 + 40m$	=	____________________
p.	$35g^2 - 28g$	=	____________________
q.	$45abc + 63a^2c$	=	____________________
r.	$36mn - 42\ an^4$	=	____________________
s.	$18m^4n + 33mn^5$	=	____________________
t.	$25n^4z - 24b^3d^2$	=	____________________

1. A l'aide de la mise en évidence, factorise les expressions suivantes :

a.	$5x + 5y$	=	$5*(x + y)$
b.	$3x + 8x$	=	$11x$
c.	$ab - ac$	=	$a*(b - c)$
d.	$ab - 5b$	=	$(a - 5)*b$
e.	$12ab + 16ab$	=	$28ab$
f.	$4g + 6g$	=	$10g$
g.	$9a + 12f$	=	$3*(3a + 4f)$
h.	$mnp + mps$	=	$mp*(n + s)$
i.	$t + t$	=	$2t$
j.	$t^2 + t$	=	$t*(t + 1)$
k.	$t^3 + t$	=	$t*(t^2 + 1)$
l.	$t^4 + t$	=	$t*(t^3 + 1)$
m.	$t^4 + t^2$	=	$t^2*(t^2 + 1)$
n.	$t^4 + t^3$	=	$t^3*(t + 1)$
o.	$24 + 40m$	=	$8*(3 + 5m)$
p.	$35g^2 - 28g$	=	$7g*(5g - 4)$
q.	$45abc + 63a^2c$	=	$9ac*(5b + 7a)$
r.	$36mn - 42 an^4$	=	$6n*(6m - 7an^3)$
s.	$18m^4n + 33mn^5$	=	$3mn*(6m^3 + 11n^4)$
t.	$25n^4z - 24b^3d^2$	=	$25n^4z - 24b^3d^2$

La double mise en évidence :

La double mise en évidence consiste à mettre en évidence de part et d'autre du signe de multiplication, de telle manière à obtenir le produit de deux parenthèses.

Exemples :	*M.*	$ac + ad + bc + bd$	*Aucune valeur ne peut être mise en évidence pour tous les monômes.*
		$a(c + d) + b(c + d)$	*a et b sont mis en évidence séparément.*
		$(a + b)(c + d)$	*Et c'est au tour de (c + d) d'être mis en évidence.*
	N.	$x^2 + xy + xz + yz$	
		$x(x + y) + z(x + y)$	*x et y sont mis en évidence séparément.*
		$(x + z)(x + y)$	*Et c'est au tour de (x + y) d'être mis en évidence.*
	O.	$2m + 2n + mp + np$	
		$2(m + n) + p(m + n)$	*2 et p sont mis en évidence séparément.*
		$(2 + p)(m + n)$	*Et c'est au tour de (m + n) d'être mis en évidence.*
	P.	$p^2 + 3p + pq + 3q$	
		$p(p + 3) + q(p + 3)$	*p et q sont mis en évidence séparément.*
		$(p + q)(p + 3)$	*Et c'est au tour de (p + 3) d'être mis en évidence.*
	Q.	$x^3 + x^2 + x + 1$	
		$x^2(x + 1) + 1(x + 1)$	*x^2 et 1 sont mis en évidence séparément.*
		$(x^2 + 1)(x + 1)$	*Et c'est au tour de (x + 1) d'être mis en évidence.*
	R.	$x^4 + 3x^3 + x^2 + 3x$	
		$x^3(x + 3) + x(x + 3)$	*x^3 et x sont mis en évidence séparément.*
		$(x^3 + x)(x + 3)$	*Et c'est au tour de (x + 3) d'être mis en évidence.*
Complète :	*S.*	$su + sv + tu + tv$	
		________________	*___ et ___ sont mis en évidence séparément.*
		________________	*Et c'est au tour de ______ d'être mis en évidence.*
	T.	$f^2 + fg + fh + gh$	
			________________ *___ et ___ sont mis en évidence séparément.*
		________________	*Et c'est au tour de ______ d'être mis en évidence.*
	U.	$3j + 3k + js + ks$	
		________________	*___ et ___ sont mis en évidence séparément.*
		________________	*Et c'est au tour de ______ d'être mis en évidence.*
	V.	$d^2 + 4d + dn + 4n$	
		________________	*___ et ___ sont mis en évidence séparément.*
		________________	*Et c'est au tour de ______ d'être mis en évidence.*
	W.	$p^7 + p^5 + p^3 + p$	
		________________	*___ et ___ sont mis en évidence séparément.*
		________________	*Et c'est au tour de ______ d'être mis en évidence.*
	X.	$s^8 + 5x^6 + s^4 + 5s^2$	
		________________	*___ et ___ sont mis en évidence séparément.*
		________________	*Et c'est au tour de ______ d'être mis en évidence.*

La double mise en évidence :

La double mise en évidence consiste à mettre en évidence de part et d'autre du signe de multiplication, de telle manière à obtenir le produit de deux parenthèses.

Exemples :	M.	$ac + ad + bc + bd$	*Aucune valeur ne peut être mise en évidence pour tous les monômes.*
		$a(c + d) + b(c + d)$	*a et b sont mis en évidence séparément.*
		$(a + b)(c + d)$	*Et c'est au tour de (c + d) d'être mis en évidence.*
	N.	$x^2 + xy + xz + yz$	
		$x(x + y) + z(x + y)$	*x et y sont mis en évidence séparément.*
		$(x + z)(x + y)$	*Et c'est au tour de (x + y) d'être mis en évidence.*
	O.	$2m + 2n + mp + np$	
		$2(m + n) + p(m + n)$	*2 et p sont mis en évidence séparément.*
		$(2 + p)(m + n)$	*Et c'est au tour de (m + n) d'être mis en évidence.*
	P.	$p^2 + 3p + pq + 3q$	
		$p(p + 3) + q(p + 3)$	*p et q sont mis en évidence séparément.*
		$(p + q)(p + 3)$	*Et c'est au tour de (p + 3) d'être mis en évidence.*
	Q.	$x^3 + x^2 + x + 1$	
		$x^2(x + 1) + 1(x + 1)$	*x^2 et 1 sont mis en évidence séparément.*
		$(x^2 + 1)(x + 1)$	*Et c'est au tour de (x + 1) d'être mis en évidence.*
	R.	$x^4 + 3x^3 + x^2 + 3x$	
		$x^3(x + 3) + x(x + 3)$	*x^3 et x sont mis en évidence séparément.*
		$(x^3 + x)(x + 3)$	*Et c'est au tour de (x + 3) d'être mis en évidence.*
Complète :	S.	$su + sv + tu + tv$	
		$s(u + v) + t(u + v)$	*s et t sont mis en évidence séparément.*
		$(s + t)(u + v)$	*Et c'est au tour de (u + v) d'être mis en évidence.*
	T.	$f^2 + fg + fh + gh$	
		$f(f + g) + h(f + g)$	*f et h sont mis en évidence séparément.*
		$(f + h)(f + g)$	*Et c'est au tour de (f + g) d'être mis en évidence.*
	U.	$3j + 3k + js + ks$	
		$3(j + k) + s(j + k)$	*3 et j sont mis en évidence séparément.*
		$(3 + s)(j + k)$	*Et c'est au tour de (j + k) d'être mis en évidence.*
	V.	$d^2 + 4d + dn + 4n$	
		$d(d + 4) + n(d + 4)$	*d et n sont mis en évidence séparément.*
		$(d + n)(d + 4)$	*Et c'est au tour de (d + 4) d'être mis en évidence.*
	W.	$p^7 + p^5 + p^3 + p$	
		$p^5(p^2 + 1) + p(p^2 + 1)$	*p^5 et p sont mis en évidence séparément.*
		$(p^5 + p)(p^2 + 1)$	*Et c'est au tour de $(p^2 + 1)$ d'être mis en évidence. [Puis $p(p^4 + 1)(p^2 + 1)$.]*
	X.	$s^8 + 5x^6 + s^4 + 5s^2$	
		$s^6(s^2 + 5) + s^2(s^2 + 5)$	*s^6 et s^2 sont mis en évidence séparément.*
		$(s^6 + s^2)(s^2 + 5)$	*Et c'est au tour de $(s^2 + 5)$ d'être mis en évidence. [Puis $s^2(s^4 + 1)(s^2 + 5)$.]*

2. A l'aide de la mise en évidence, factorise les expressions suivantes :

a.	$3x + 3y + mx + my$	=	____________________
b.	$bf + bm + df + dm$	=	____________________
c.	$x^2 + xy + xz + yz$	=	____________________
d.	$m^2 + 3m + ms + 3s$	=	____________________
e.	$b^3 + b^2 + b + 1$	=	____________________
f.	$f^4 + f^3 + f^2 + f$	=	____________________
g.	$4gj + 2gk + 2hj + hk$	=	____________________
h.	$9mp + 3ms + 3np + ns$	=	____________________
i.	$6dm + 2dr + 3fm + fr$	=	____________________
j.	$10de + 15dt + 2ef + 3ft$	=	____________________
k.	$10de + 15dt + 4ef + 6ft$	=	____________________
l.	$9d^2 + 12df + 3de + 4ef$	=	____________________
m.	$9d^2 + 6df + 6de + 4ef$	=	____________________
n.	$d^3 + d^2f + de + ef$	=	____________________
o.	$d^3 + 3d^2 + 2d + 6$	=	____________________
p.	$d^3 + 3d^2n + 2dm + 6mn$	=	____________________
q.	$d^3 + d^2n + d^2 + dn$	=	____________________
r.	$t^2 + 2tu + u^2$	=	____________________
s.	$d^2 + 2d + 1$	=	____________________
t.	$d^3 + 2d^2 + d$	=	____________________
u.	$d^4 + 2d^3 + d^2$	=	____________________
v.	$f^4 + 2f^2 + 1$	=	____________________
w.	$d^2 + 4df + df^2$	=	____________________
x.	$3d + 7 + 2/d$	=	____________________
		=	____________________

2. A l'aide de la mise en évidence, factorise les expressions suivantes :

a.	$3x + 3y + mx + my$	=	$3(x + y) + m(x + y) = (3 + m)(x + y)$
b.	$bf + bm + df + dm$	=	$b(f + m) + d(f + m) = (b + d)(f + m)$
c.	$x^2 + xy + xz + yz$	=	$x(x + y) + z(x + y) = (x + z)(x + y)$
d.	$m^2 + 3m + ms + 3s$	=	$m(m + 3) + s(m + 3) = (m + s)(m + 3)$
e.	$b^3 + b^2 + b + 1$	=	$b^2(b + 1) + 1(b + 1) = (b^2 + 1)(b + 1)$
f.	$f^4 + f^3 + f^2 + f$	=	$f(f^3 + f^2 + f + 1) = f(f^2(f + 1) + 1(f + 1)) = f(f^2 + 1)(f + 1)$
g.	$4gj + 2gk + 2hj + hk$	=	$2g(2j + k) + h(2j + k) = (2g + h)(2j + k)$
h.	$9mp + 3ms + 3np + ns$	=	$3m(3p + s) + n(3p + s) = (3m + n)(3p + s)$
i.	$6dm + 2dr + 3fm + fr$	=	$2d(3m + r) + f(3m + r) = (2d + f)(3m + r)$
j.	$10de + 15dt + 2ef + 3ft$	=	$5d(2e + 3t) + f(2e + 3t) = (5d + f)(2e + 3t)$
k.	$10de + 15dt + 4ef + 6ft$	=	$5d(2e + 3t) + 2f(2e + 3t) = (5d + 2f)(2e + 3t)$
l.	$9d^2 + 12df + 3de + 4ef$	=	$3d(3d + 4f) + e(3d + 4f) = (3d + e)(3d + 4f)$
m.	$9d^2 + 6df + 6de + 4ef$	=	$3d(3d + 2f) + 2e(3d + 2f) = (3d + 2e)(3d + 2f)$
n.	$d^3 + d^2f + de + ef$	=	$d^2(d + f) + e(d + f) = (d^2 + e)(d + f)$
o.	$d^3 + 3d^2 + 2d + 6$	=	$d^2(d + 3) + 2(d + 3) = (d^2 + 2)(d + 3)$
p.	$d^3 + 3d^2n + 2dm + 6mn$	=	$d^2(d + 3n) + 2m(d + 3n) = (d^2 + 2m)(d + 3n)$
q.	$d^3 + d^2n + d^2 + dn$	=	$d(d^2 + dn +d +n) = d(d(d + n) + 1(d + n)) = d(d + 1)(d + n)$
r.	$t^2 + 2tu + u^2$	=	$t^2 + tu + tu + u^2 = t(t + u) + u(t + u) = (t + u)(t + u) = (t + u)^2$
s.	$d^2 + 2d + 1$	=	$d^2 + d + d + 1 = d(d + 1) + 1(d + 1) = (d + 1)(d + 1) = (d + 1)^2$
t.	$d^3 + 2d^2 + d$	=	$d(d^2 + 2d + 1) = d(d^2 + d + d + 1) = d(d(d + 1) + 1(d + 1)) = d(d + 1)^2$
u.	$d^4 + 2d^3 + d^2$	=	$d^2(d^2 + 2d + 1) = d^2(d^2 + d + d + 1) = d^2(d(d + 1) + 1(d + 1)) = d^2(d+1)^2$
v.	$f^4 + 2f^2 + 1$	=	$f^4 + f^2 + f^2 + 1 = f^2(f^2 + 1) + 1(f^2 + 1) = (f^2 +1)(f^2 + 1) = (f^2 + 1)^2$
w.	$d^2 + 4df + 4f^2$	=	$d^2 + 2df + 2df + 4f^2 = d(d + 2df) + 2f(d + df) = (d + 2f)^2$
x.	$3d + 7 + 2/d$	=	$(3d^2 + 7d + 2)/d = (3d^2 + d + 6d + 2)/d = (d(3d + 1) + 2(3d + 1))/d$
		=	$(d + 2)(3d +1)/d = (d + 2)(3 + 1/d)$